

KØBENHAVNS UNIVERSITETS MATEMATISKE INSTITUT

UNIVERSITETSPARKEN 5
2100 KØBENHAVN Ø. DANMARK
TELEFON (01) 35 31 33

Naturvidenskabelig embedseksamen

2. del, sommeren 1982

Hovedfag: Matematik

Opgave til besvarelse i 4 timer for

stud.scient. Niels J. Ø. Kokholm

ENTEN

Definér begrebet normal funktional på en von Neumann algebra. Beskriv sammenhængen mellem normale funktionaler og den σ -svage topologi på algebraen, og giv en abstrakt (dvs. Hilbertrum-fri) karakterisering af en von Neumann algebra.

ELLER

Lad p og q være projektioner i et Hilbert rum H , således at $\|p-q\| < 1$. Vis, at operatoren $(p-q)^2$ kommuterer med såvel p som q . Vis, at elementet

$$w = (1-p-q)(1-(p-q)^2)^{-\frac{1}{2}}$$

eksisterer i $\mathbb{B}(H)$, og er en selvadjungeret unitær operator der opfylder ligningen $pw = wq$. Vis dernæst, at $u = (1-2p)w$ er en unitær operator der opfylder $pu = uq$, samt at $\|1-u\| \leq \sqrt{2}\|p-q\|$ (hvor $\|x\| = (x*x)^{\frac{1}{2}}$).

Der lægges vægt såvel på besvarelsens form som på dens indhold. Enkeltheder i beviserne medtages i det omfang tiden tillader.

Gert Kjærgård Pedersen