

Københavns Universitet, Matematisk Institut  
Naturvidenskabelig embedseksamen, maj 1989.

## DATALOGI A(M)

Opgavesættet består af 6 opgaver og omfatter 3 sider + 4 sider dokumentation af NAG-rutinen F02AFF. Ved bedømmelsen vægtes besvarelsen af de enkelte opgaver som anført for hver enkelt opgave. Alle sædvanlige hjælpemidler, dvs. bøger, notater og lom-meregnere kan medbringes.

### Opgave 1. Vægt 15%

Bestem uddata fra kørsel af nedenstående PASCAL-Program (resultatet skal begrundes).

```
program opg1;
var x,y:integer;

procedure p(x:integer);
begin
  x:=x+2;
  y:=y+5;
  writeln(x:4,y:4);
end;

procedure q(var x:integer);
begin
  if y<=10
  then begin
    p(x);
    q(y);
  end
  else p(y);
end;

begin
  x:=2;
  y:=3;
  p(y);
  writeln(x:4,y:4);
  q(x);
  writeln(x:4,y:4);
end.
```

Dat A(M), maj 1989.

## Opgave 2. Vægt 30%

Reelle  $m \times m$  matricer kan i PASCAL for  $m = 1, 2, \dots, 10$ , repræsenteres ved data af type

```
MATRIX=array[1..10,1..10] of real;
```

Skriv et PASCAL-program, der indlæser et heltal  $m$ , kontrollerer at  $1 \leq m \leq 10$ , og stopper, hvis dette ikke er tilfældet. Ellers fortsættes med indlæsningen af tre reelle  $m \times m$ -matricer  $A, B$  og  $C$ . Programmet skal dernæst beregne og udskrive matricen  $A' + BC$ , hvor  $A'$  betegner den transponerede matrix til  $A$ .

Gør rede for, hvordan opgaven kan løses ved hjælp af MATLAB.

Giv en vurdering af PASCAL-programmets køretid udtrykt ved  $m$ .

## Opgave 3. Vægt 15%

Et PASCAL-program skal indlæse en linie indeholdende en brøk *tæller/nævner* hvor både *tæller* og *nævner* er parentesudtryk af formen

$$(tal_1 + tal_2 + \dots + tal_n)$$

og hvor  $tal_1, tal_2, \dots, tal_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) er konstanter af type `real`.

a) Opstil et syntaksdiagram til styring af denne indlæsning.

b) Skriv en procedure, der indlæser en linie og kontrollerer, at den er i overensstemmelse med syntaksdiagrammet. Hvis linien indeholder fejl i forhold til syntaksdiagrammet, skal der stoppes med en fejlmeddelelse. Ellers skal værdien af brøken beregnes og udskrives.

Blanktegn, pånær i konstanter af type `real`, er tilladt og skal ignoreres.

Dat A(M), maj 1989.

### Opgave 4. Vægt 10%

Gør rede for hvorledes man ved hjælp af REDUCE kan bestemme

$$\frac{d}{da} \int_a^{a^2} x^2 e^{5x+2} dx.$$

### Opgave 5. Vægt 15%

Et PASCAL-program indeholder erklæringerne

```
type
  Ciffertype = '0'..'9';
  Studenttype= record
    Navn : array[1..25] of char;
    CPRnr : array[1..10] of Ciffertype;
    Karakter : 0..13;
  end;
var Studentfil, Bestaaet, Dumpet : file of Studenttype;
```

Skriv en procedure, der læser fra filen *Studerterfil* og skriver to nye filer *Bestaaet* og *Dumpet*. *Bestaaet* skal indeholde poster for de medlemmer, der har bestået eksamen (karakter > 5), medens *Dumpet* skal indeholde de øvrige. Endvidere skal proceduren beregne og udskrive beståelsesprocenterne for mænd (ulige CPRnr) og kvinder (lige CPRnr).

### Opgave 6. Vægt 15%

Skriv et FORTRAN-program, der

1. Indlæser et heltal  $N$ .
2. Udregner egenverdierne for  $N \times N$ -matricen med elementer

$$a_{ij} = i + 1/j$$

ved hjælp af NAG-biblioteksrutinen F02AFF.

3. Udskriver de reelle egenverdier. (En egenverdi anses for reel, hvis imaginærdelen er mindre end en passende valgt tolerance.

Programmet skrives til en enkelt-nøjagtigheds implementering af F02AFF.

1. Purpose

F02AFF calculates all the eigenvalues of a real unsymmetric matrix by reduction to Hessenberg form and the QR algorithm.

**IMPORTANT:** before using this routine, read the appropriate machine implementation document to check the interpretation of italicised terms and other implementation-dependent details.

2. Specification (FORTRAN IV)

```

      SUBROUTINE F02AFF (A, IA, N, RR, RI, INTGER, IFAIL)
C      INTEGER IA, N, INTGER (N), IFAIL
C      real A (IA, N), RR (N), RI (N)

```

3. Description

The matrix is first reduced to upper Hessenberg form using stabilised elementary similarity transformations with *additional precision* accumulation of innerproducts. The eigenvalues are then found using the QR algorithm for real Hessenberg matrices.

4. References

- [1] WILKINSON, J.H. and REINSCH, C.  
 Handbook for Automatic Computation.  
 Volume II, Linear Algebra, pp. 339-358 and 359-371,  
 Springer-Verlag, 1971.

5. Parameters

A - *real* array of DIMENSION (IA,s) where  $s \geq N$ .  
 Before entry, A must contain the elements of the matrix.  
 On exit, the array is overwritten.

IA - INTEGER.  
 On entry, IA specifies the first dimension of array A as declared in the calling (sub)program.  $IA \geq N$ .  
 Unchanged on exit.

N - INTEGER.  
 On entry, N specifies the order of the matrix.  
 Unchanged on exit.

RR }  
 RI } - *real* arrays of DIMENSION at least (N).  
 On successful exit, RR contains the real parts and RI the imaginary parts of the eigenvalues.

## F02AFF

### 5. Parameters (contd)

INTGER - INTEGER array of DIMENSION at least (N).  
Used as working space. On successful exit, INTGER contains the number of iterations for each eigenvalue. If two eigenvalues are found simultaneously then the number of iterations is given with a positive sign for the first of the pair and with a negative sign for the second.

IFAIL - INTEGER.

Before entry, IFAIL must be assigned a value. For users not familiar with this parameter (described in Chapter P01) the recommended value is 0. Unless the routine detects an error (see Section 6), IFAIL contains 0 on exit.

### 6. Error Indicators

Errors detected by the routine:-

IFAIL = 1 More than  $30 * N$  iterations are required to isolate all the eigenvalues.

### 7. Auxiliary Routines

This routine calls the NAG Library routines F01AKF, F02APF, P01AAF and X02AAF.

### 8. Timing

The time taken is approximately proportional to  $N^3$ .

### 9. Storage

There are no internally declared arrays.

### 10. Accuracy

The accuracy of the results depends on the original matrix and the multiplicity of the roots. For a detailed error analysis see [1], pages 352 and 367.

11. Further Comments None.

### 12. Keywords

Eigenvalues.  
QR Algorithm.  
Real Matrix.  
Stabilised Elementary Similarity Transformations.

13. Example

To calculate all the eigenvalues of the real matrix:

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & -3 & -5 \\ 5 & -3 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Program

This single precision example program may require amendment  
 i) for use in a DOUBLE PRECISION implementation  
 ii) for use in either precision in certain implementations.  
 The results produced may differ slightly.

```

C      F02AFF EXAMPLE PROGRAM TEXT
C      NAG COPYRIGHT 1975
C      MARK 4.5 REVISED
C
      REAL A(5,5), RR(5), RI(5), TITLE(7)
      INTEGER NIN, NOUT, I, N, J, IA, IFAIL, INTGER(5)
      DATA NIN /5/, NOUT /6/
      READ (NIN,99999) (TITLE(I),I=1,7)
      WRITE (NOUT,99997) (TITLE(I),I=1,6)
      N = 4
      READ (NIN,99998) ((A(I,J),J=1,N),I=1,N)
      IA = 5
      IFAIL = 1
      CALL F02AFF(A, IA, N, RR, RI, INTGER, IFAIL)
      IF (IFAIL.EQ.0) GO TO 20
      WRITE (NOUT,99996) IFAIL
      STOP
20 WRITE (NOUT,99995) (RR(I),RI(I),I=1,N)
      STOP
99999 FORMAT (6A4, 1A3)
99998 FORMAT (4F5.0)
99997 FORMAT (4(1X/), 1H , 5A4, 1A3, 7HRESULTS/1X)
99996 FORMAT (25H0ERROR IN F02AFF IFAIL = , I2)
99995 FORMAT (12H0EIGENVALUES/(2H (, F5.2, 1H,, F5.2, 1H)))
      END
  
```

F02AFF

13. Example (contd)

Data

```
F02AFF EXAMPLE PROGRAM DATA
  4  -5  0  3
  0  4  -3 -5
  5  -3  4  0
  3  0  5  4
```

Results

```
F02AFF EXAMPLE PROGRAM RESULTS
```

```
EIGENVALUES
(12.00, 0.00)
( 1.00, 5.00)
( 1.00,-5.00)
( 2.00, 0.00)
```