

Københavns Universitet, Matematisk Institut
Naturvidenskabelig embedseksamen, maj 1988.

DATALOGI A(M)

Opgavesættet består af 6 opgaver og omfatter ialt 7 sider. Ved bedømmelsen vægtes besvarelsen af de enkelte opgaver som anført for hver enkelt opgave. Alle sædvanlige hjælpemidler, d.v.s. bøger, noter, notater og lommeregnerne kan medbringes.

OPGAVE 1. Vægt 15 %

Bestem uddata fra kørsel af nedenstående PASCAL program (resultatet skal begrundes).

```
program opg1;
var a,b:integer;
procedure proc1;
begin
  a:=a+1;
  b:=b-1;
  writeln(a:4,b:4);
end;
procedure proc2(a:integer; var b:integer);
begin
  if a<b
  then proc2(b,a)
  else proc1;
  writeln(a:4,b:4);
end;
begin
  a:=3;
  b:=7;
  proc2(a,b);
  writeln(a:4,b:4);
end.
```

OPGAVE 2. Vægt 30 %

Reelle $m \times m$ matricer kan for $m = 1, 2, \dots, 10$ repræsenteres som delmatricer af reelle 10×10 matricer, defineret ved typeerklæringen

```
type MATRIX = array(.1..10,1..10.) of real .
```

Skriv et PASCAL program, der indlæser to heltal m og n , kontrollerer at $1 \leq m \leq 10$ og $n \geq 1$, og stopper hvis dette ikke er tilfældet. Ellers fortsættes med indlæsning af en $m \times m$ delmatrix A . Programmet skal derefter beregne og udskrive produkt-matricen A^n .

Programmet skal indeholde tre procedurer, hvor én indlæser og kontrollerer data, én beregner matrixprodukt og én udskriver resultatet.

Giv en vurdering af PASCAL programmets køretid udtrykt ved m og n .

Gør rede for hvorledes opgaven kan løses ved hjælp af MATLAB.

OPGAVE 3. Vægt 15 %

Et PASCAL program opererer med 3 globalt definerede arrays a , b og c , erklæret ved

```
var a,b,c:array(.1..10.) of real;
```

Dele af disse arrays skal opdateres. Input hertil er en linie indeholdende en liste af udtryk af formen

```
arraynavn(indeks)=værdi
```

hvor arraynavn er et af bogstaverne 'a', 'b' eller 'c', indeks er en konstant af type integer og værdi er en konstant af type real. Udtrykkene i listen adskilles af komma ',' og listen skal afsluttes med semikolon ';'.

a) Opstil et syntaksdiagram til styring af denne indlæsning.

b) Skriv en procedure, der indlæser en linie og kontrollerer, at den er i overensstemmelse med syntaksdiagrammet. Hvis en linie indeholder fejl, f.eks. hvis navn ikke er et af bogstaverne a , b , c , eller hvis indeks har en værdi udenfor området $1, 2, \dots, 10$, skal indlæsningen stoppe. Ellers skal der for hvert af de indlæste udtryk foretages opdatering af den til det indlæste arraynavn og det indlæste indeks svarende arrayelement med den indlæste værdi.

Det kan antages, at en linie højst indeholder 10 udtryk. Blanktegn, pånær i konstanter af type integer og real, er tilladt og skal ignoreres.

OPGAVE 4. Vægt 10 %

Gør rede for, hvordan man ved hjælp af REDUCE kan beregne integralet:

$$\int_0^a \left(\int_0^y \sin(x + 2y) dx \right) dy.$$

OPGAVE 5. Vægt 15 %

En liste af heltal kan i PASCAL repræsenteres som en variabel af type `listptr`, defineret ved typeerklæringerne

```

type listptr = ^element;
  element = record
    number:integer;
    next:listptr;
  end;

```

Er x en sådan variabel, er $x^.number$ det første tal i listen, medens $x^.next$ "peger" på resten af listen. Til hvert tal i listen svarer en variabel af type `element`, hvor feltet `number` indeholder talværdien, medens feltet `next` "peger" på resten af listen. En tom liste, dvs. en liste uden elementer, repræsenteres ved en variabel af type `listptr` med værdien `NIL`.

Skriv en procedure, med procedurehoved

```
procedure skriv_liste(x:listptr) ,
```

som udskriver en listes elementer i rækkefølge. Hvis listen er tom, skal i stedet udskrives 'TOM LISTE'.

Skriv en procedure, med procedurehoved

```
procedure skriv_liste_bagfra(x:listptr) ,
```

som udskriver en listes elementer i omvendt rækkefølge, dvs. først det sidste element, dernæst det foregående osv. Hvis listen er tom, skal i stedet udskrives 'TOM LISTE'.

OPGAVE 6. Vægt 15 %

Skriv et FORTRAN program, der

1. Indlæser en 5×5 matrix A .
2. Undersøger om A er symmetrisk og stopper med en fejludskrift, hvis dette ikke er tilfældet.
3. Udregner A 's egenverdier ved kald af NAG-rutinen F02AAF (dokumentation er vedlagt).
4. Udskriver A 's positivitetsindex, dvs. antallet af positive egenverdier.

Programmet skal skrives til en dobbelt nøjagtig implementering af NAG-biblioteket. ("ascending" betyder voksende.)

F02AAF

1. Purpose

F02AAF calculates all the eigenvalues of a real symmetric matrix by Householder reduction and the QL algorithm.

IMPORTANT: before using this routine, read the appropriate machine implementation document to check the interpretation of italicised terms and other implementation-dependent details.

2. Specification (FORTRAN IV)

```
      SUBROUTINE F02AAF(A,IA,N,R,E,IFAIL)
      C      INTEGER IA,N,IFAIL
      C      real A(IA,N),R(N),E(N)
```

3. Description

This routine reduces the real symmetric matrix A to a real symmetric tridiagonal matrix using Householder's method. The eigenvalues of the tridiagonal matrix are then determined using the QL algorithm.

4. References

- [1] WILKINSON, J.H. and REINSCH, C.
Handbook for Automatic Computation.
Volume II, Linear Algebra, pp. 212-226 and 227-240.
Springer-Verlag, 1971.

5. Parameters

- A - *real* array of DIMENSION (IA,p) where $p \geq N$.
Before entry, A must contain the elements of the symmetric matrix; the lower triangle only is needed. On exit, the strict lower triangle is overwritten and the upper triangle is preserved.
- IA - INTEGER.
On entry, IA specifies the first dimension of array A as declared in the calling (sub)program. $IA \geq N$. Unchanged on exit.
- N - INTEGER.
On entry, N specifies the order of the matrix. Unchanged on exit.
- R - *real* array of DIMENSION at least (N).
On successful exit, R contains the eigenvalues in ascending order.

F02AAF

5. Parameters (contd)

E - *real* array of DIMENSION at least (N).
Used as working space.

IFAIL - INTEGER.

Before entry, IFAIL must be assigned a value. For users not familiar with this parameter (described in Chapter P01) the recommended value is 0. Unless the routine detects an error (see Section 6), IFAIL contains 0 on exit.

6. Error Indicators

Errors detected by the routine:-

IFAIL = 1	Failure in F02AVF indicating that more than 30 * N iterations are required to isolate all the eigenvalues.
-----------	--

7. Auxiliary Routines

This routine calls the NAG Library routines F01AGF, F02AVF, P01AAF, X02AAF and X02ADF.

8. Timing

The time taken is approximately proportional to N^3 .

9. Storage

There are no internally declared arrays.

10. Accuracy

The accuracy of the eigenvalues depends on the sensitivity of the matrix to rounding errors produced in tridiagonalisation. For a detailed error analysis see [1], pages 222 and 235.

11. Further Comments None.

12. Keywords

Eigenvalues.
Householder Reduction.
QL Algorithm.
Real Symmetric Matrix.

F02AAF

13. Example

To calculate all the eigenvalues of the real symmetric matrix:

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Program

This single precision example program may require amendment

- i) for use in a DOUBLE PRECISION implementation
 - ii) for use in either precision in certain implementations.
- The results produced may differ slightly.

```

C      F02AAF EXAMPLE PROGRAM TEXT
C      NAG COPYRIGHT 1975
C      MARK 4.5 REVISED
C
      REAL A(5,5), R(5), E(7)
      INTEGER NIN, NOUT, I, N, J, IA, IFAIL
      DATA NIN /5/, NOUT /6/
      READ (NIN,99999) (E(I),I=1,7)
      WRITE (NOUT,99997) (E(I),I=1,6)
      N = 4
      READ (NIN,99998) ((A(I,J),J=1,N),I=1,N)
      IA = 5
      IFAIL = 1
      CALL F02AAF(A, IA, N, R, E, IFAIL)
      IF (IFAIL.EQ.0) GO TO 20
      WRITE (NOUT,99996) IFAIL
      STOP
20    WRITE (NOUT,99995) (R(I),I=1,N)
      STOP
99999 FORMAT (6A4, 1A3)
99998 FORMAT (4F5.0)
99997 FORMAT (4(1X/), 1H , 5A4, 1A3, 7HRESULTS/1X)
99996 FORMAT (25HOERROR IN F02AAF IFAIL = , I2)
99995 FORMAT (12HOEIGENVALUES/(1H , F5.1))
      END

```

F02AAF

13. Example (contd)Data

F02AAF EXAMPLE PROGRAM DATA

5	4	1	1
4	5	1	1
1	1	4	2
1	1	2	4

Results

F02AAF EXAMPLE PROGRAM RESULTS

EIGENVALUES

1.0
2.0
5.0
10.0