Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets

matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Vinteren 1963-64.

Matematik 3 (geometri).

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

3, I.

En 3 gange differentiabel rumkurve er givet ved naturlig parameterfremstilling

$$\vec{OA} = \bar{a}(u);$$

om krumningen $\kappa = \kappa(u)$ forudsættes $0 < \kappa < \frac{1}{r}$, hvor r er et fast positivt tal.

Vi betragter nu fladen givet ved parameterfremstillingen

$$\vec{OP} = \bar{r}(u,v) = \bar{a}(u) + r(\bar{n}\cos v + \bar{b}\sin v),$$

hvor $\bar{n} = \bar{n}(u)$ og $\bar{b} = \bar{b}(u)$ er kurvens hovednormal-, henholdsvis binormalvektor. Parameteren v gennemløber et interval af længden 2π.

1° Beskriv fladen geometrisk. (Betragt først parameterkurven svarende til et fastholdt u.)

2° Gør rede for, at fladen er differentiabel.

3° Vis, at fladenormalen i hvert punkt af parameterkurven svarende til et fastholdt u går gennem det til u hørende punkt A på den givne kurve.

4° Beregn arealet af det fladestykke, der svarer til parameterområdet $u_1 \leq u \leq u_2$, $0 \leq v \leq 2\pi$.

(fortsættes)

Forprøven. Vinteren 1963-64.

3, II.

1° Et punkt P bevæger sig i planen med konstant fart $v \neq 0$, ligesom accelerationsvektoren er af konstant længde $w \neq 0$. Beregn banekurvens krumning og gør rede for, at banekurven er en cirkel.

2° Et punkt Q bevæger sig i rummet med konstant fart $v \neq 0$, medens accelerationsvektoren er af konstant længde $w \neq 0$ samt stedse vinkelret på en fast ret linie Z. Idet Z tænkes orienteret, skal man vise, at vinklen φ mellem Z og hastighedsvektoren $\bar{v}$ er konstant. Vis derpå, at den af Q beskrevne banekurve er en skruelinie, evt. udartet til en cirkel. Find endelig en relation mellem radius a i den omdrejningscylinder, hvorpå skruelinien ligger, den reducerede skruehøjde h, samt v og w.