

# Skoleembedseksamen

## under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Vinteren 1959-60.

### Matematik 3.

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

#### I. 61

I en plan  $\alpha$  er valgt et sædvanligt retvinklet  $x_1z_1$ -koordinatsystem. Et punkt  $P$  bevæger sig på den i  $\alpha$  beliggende parabel med ligningen  $x_1^2 + pz_1 = p^2$ , hvor  $p$  er et givet positivt tal, på en sådan måde, at den retvinklede projektion af  $P$  på  $x_1$ -aksen har den konstante hastighed  $c > 0$ . Det tidspunkt, i hvilket  $P$  befinder sig i stillingen  $x_1 = p, z_1 = 0$ , betegnes med  $t_0$ .

Find koordinaterne til punktet  $P$ 's hastigheds- og akcelerationvektor til tiden  $t_0$ .

Det antages nu, at planen  $\alpha$ , samtidig med at  $P$  bevæger sig på parabelen, roterer med den konstante vinkelhastighed  $\omega$  om den i rummet faste  $z_1$ -akse. Et fast sædvanligt retvinklet  $xyz$ -koordinatsystem vælges således, at  $x_1$ -aksen og  $z_1$ -aksen til tiden  $t_0$  falder sammen med henholdsvis  $x$ - og  $z$ -aksen.

Find koordinaterne i  $xyz$ -systemet for følgende vektorer: medføringshastigheden, den absolutte hastighed, medføringsakcelerationen, Coriolisakcelerationen, den absolutte akceleration, alle for  $P$ 's bevægelse til tidspunktet  $t_0$ .

Beregn krumningen af  $P$ 's absolutte banekurve i punktet  $x = p, y = z = 0$ . - gennemfør ej, slavrægen

#### II. 61

En rumkurve  $k$  har i et sædvanligt retvinklet koordinatsystem en parameterfremstilling af formen

$$x = f(t), \quad y = 2a \cos \frac{t}{2}, \quad z = h(t), \quad -\infty < t < \infty.$$

Her betegner  $a$  en positiv konstant,  $f(t)$  og  $h(t)$  er differentiable funktioner,  $f(0) = 0$  og  $f'(t) > 0$  for  $t > 0$ . Det forudsættes endvidere, at kurven  $k$  forløber på den paraboliske cylinderflade med ligningen  $y^2 = 2az$ , og at den spidse vinkel mellem kurvetangenten og  $y$ -aksen er konstant lig  $\text{Arccos} \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

Bestem funktionerne  $h(t)$  og  $f(t)$ .

Vis, at den retvinklede projektion af  $k$  på  $xz$ -planen er en sædvanlig cykloide, og at dennes normal i et fra spidserne forskelligt punkt er parallel med hovednormalen til  $k$  i det tilsvarende punkt.

Bestem eventuelle vendetangenter og spidstangenter for den retvinklede projektion af  $k$  på  $xy$ -planen, og skitser denne projektion.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.