

S K O L E E M B E D S E K S A M E N
UNDER DET MATEMATISK-NATURVIDENSKABELIGE FAKULTETS
MATEMATISK-FYSISKE FAGGRUPPE.

Forprøven. Sommeren 1954.

Geometri og rationel mekanik.

I.

Sædvanlige retvinklede koordinater i rummet. Idet u gennemløber intervallet $0 \leq u < 2\pi$, vil punktet $P_u = (\sin u, 0, 0)$ bevæge sig på et liniestykke L_1 og punktet $Q_u = (0, \cos u, 1)$ bevæge sig på et liniestykke L_2 , begge af længden 2. Find en parameterfremstilling for den flade F , der beskrives af liniestykket $P_u Q_u$, og vis, at F , når der ses bort fra liniestykkerne L_1 og L_2 , er en vilkårligt ofte differentiable flade.

Vis, at F 's snitkurve med en plan vinkelret på Z -aksen er en ellipse eller et liniestykke, og find volumenet af det legeme, der begrænses af F .

Find første og anden fundamentalform for F svarende til den valgte parameterfremstilling for F . Find krumningen i midtpunktet af $P_0 Q_0$ af snitkurven mellem F og midtnormalplanen til $P_0 Q_0$.

II.

En homogen tynd stang AB med længden 2 og massen m er forlænget med en vægtløs stang BC af længden 2. Punktet C er fastholdt, og stangen ABC kan dreje sig gnidningsfrit om C . Til at begynde med er stangen i hvile og danner en vinkel α med den opadrettede vertikale, således at $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Stangen overlades til tyngdens påvirkning. I det øjeblik den når vertikalen, frigøres fra stangen AB forbindelsen med C . Find stangens øjeblikkelige vinkelhastighed ω og A 's hastighed til dette tidspunkt.

Lad O betegne det punkt, hvori A befinder sig i det nævnte øjeblik. En to gange differentiable kurve K , som udgår fra O i den ved A 's hastighed bestemt retning, og som ligger i den lodrette plan, hvori stangen har bevæget sig, skal nu bestemmes således, at når endepunktet A af stangen under den fortsatte bevægelse er bundet gnidningsfrit til at bevæge sig på K , vil stangen hele tiden være normal til K . Find den naturlige ligning $s = f(\theta)$ for K , hvor s betegner buelængden og θ tangentdrejningen målt fra O . Find K 's reaktion som funktion af θ , og vis, at en ensidig binding af A til K er tilstrækkelig.