

SKOLEEMBEDSEKSAMEN

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets
matematisk-fysiske faggruppe.
Forprøven. Sommeren 1952.

Geometri og rationel mekanik
Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I

Sædvanlige retvinklede koordinater. I planen $z=1$ er givet en cirkel C med centrum $(0,4,1)$ og radius 3. 1) Find ligningen for den keglesnitkegle K , der har $(0,0,0)$ som toppunkt og C som ledekurve. 2) Angiv en parameterfremstilling for keglens akse l . 3) Find halvaksjerne i skæringsellipsen mellem keglen K og en plan vinkelret på l i det punkt, hvor l skærer planen $z=1$. 4) Find ligningen for den hyperboloide H med eet net, som går gennem $(0,-1,1)$ og har K som asymptotekegle. 5) Find halvaksjerne i H 's strubeellipse. 6) Angiv en parameterfremstilling for hver af de to frembringere på H , som går igennem $(0,-1,1)$.

II

I et polært koordinatsystem med polaraksen lodret nedad er givet kardioidebuen $K: r=a(1+\cos\theta)$, $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$. Et liniestykke AB med længden $2a$ går igennem koordinatsystemets pol O og endepunktet A beskriver kardioidebuen K . Vis, at endepunktet B beskriver en bue af samme kardioide, og at midtpunktet G af AB beskriver en halvcirkel. Find den faste og den rullende polkurve for AB 's bevægelse.

Liniestykket AB tænkes nu homogent belagt med massen m , og påvirket af tyngden. Endepunktet A er bundet til at bevæge sig på K og AB til at gå gennem O . De to forbindelser er gnidningsfri. I det A befinder sig i det nederste punkt af K , meddeles det til tiden $t=0$ en hastighed af størrelsen \sqrt{ag} i retning af K 's halvtangent i dette punkt (g betyder tyngdens akceleration). Find tiden t , A 's fart v_A samt størrelserne R_A og R_O af reaktionerne i A og O som funktioner af den vinkel θ , som liniestykket AB danner med vertikalen. Vis, at endepunktet A vil beskrive hele kardioidebuen K .

Ved bedømmelsen etc.