

SKOLEEMBEDSEKSAMEN

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets
matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Sommeren 1951.

Geometri og rationel mekanik.
Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I.

Sædvanlige retvinklede koordinater i rummet.

Et liniestykke BC af længden $a\sqrt{3}$ og en halvlinie l , der udgår fra C , således at vinklen mellem BC og l er ret, danner en stiv figur, der bevæger sig i rummet. Toppunktet C bevæger sig på Y -aksen, punktet B bevæger sig i xz -planen, og halvlinien l går stedse gennem punktet $A(a, 0, 0)$. Til et vist tidspunkt t_0 antages C at befinde sig i punktet $(0, a, 0)$ og at have hastigheden $v_0 \neq 0$ i y -aksens positive retning; B antages at have positiv z -koordinat.

Vis, at figurens øjeblikkelige bevægelse til tidspunktet $t=t_0$ er en skruning, og find koordinaterne til drejningsvektoren, til forskydningshastigheden langs skruningsaksen samt til hastigheden af punktet B . (Bestem f. eks. først en drejningsvektor, som giver A og C den rigtige hastighed).

II

I en vandret plan π ligger en glat logaritmisk spiral, som har ligningen $r=ae^{\theta}$ i et polært koordinatsystem, i hvis begyndelsespunkt O der er et lille hul i π . En partikel P med massen m er bundet til at bevæge sig på spiralen. En partikel Q , ligeledes med massen m , bevæger sig på den lodrette linie gennem O , idet den er forbundet med P ved en vægtløs, ustrækkelig snor, som gnidningsfrit er ført gennem hullet. Snoren forudsættes strakt under bevægelsen.

Partiklen P tænkes til et tidspunkt $t=t_0$ at passere punktet $(r, \theta)=(a, 0)$ på spiralen med en sådan fart v_0 , at den maximale afstand $r=OP$ fra hullet, partiklen opnår, er $2a$.

- 1) Find v_0 , og find farten v af P som funktion af r .
- 2) Find snorspændingen S og spiralens reaktion R som funktion af r .