

Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Juni 1950.

Geometri og rationel mekanik.

Opgave til besvarelse i 4 timer.

I en lodret plan kan en homogen stang AB med længden a og massen m drejes gnidningsfrit om punktet A . Fra B er en ustrækkelig, vægtløs snor med længden $2a$ ført over en lille trisse i punktet C , beliggende i højden a lodret over A . Vinkel BAC betegnes φ . I snorens andet endepunkt D er fastgjort en masse m . D er bundet til en glat kurve i den lodrette plan gennem AB .

Bestem denne kurves ligning i et polært koordinatsystem (r, θ) med pol i C og akse CA , idet det er givet, at systemet kan være i ligevægt for enhver værdi af φ (benyt f. eks. de virtuelle arbejders princip).

Vis, at kurven er del af en epicykloide (kardioide) med spids i C , frembragt ved rulning af en cirkel på en lige så stor cirkel. Skitser cykloiden, og angiv, hvilken del af den, D kan gennemløbe. Vis, at den vinkel, hvorunder CD skærer kurven i D , er lig $\frac{\theta}{2}$.

Systemet sættes i bevægelse. Find ved hjælp af energiligningen θ som funktion af $\dot{\theta}$ og T , hvor T betegner systemets kinetiske energi, og vis, at T er konstant. Idet stangen AB svinger ud fra stillingen $\varphi = 0$ med begyndelsesvinkelhastigheden 1, skal T bestemmes, og det skal, i form af et bestemt integral, angives, hvor lang tid, der forløber, inden φ bliver lig π .

Find snorspændingen S udtrykt ved θ , $\dot{\theta}$ og $\ddot{\theta}$.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.