

# Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets  
matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Vinteren 1949/50.

## Geometri og rationel mekanik.

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

### I.

I en plan bevæger et koordinatsystem  $X_1Y_1$  sig, idet  $X_1$ -aksen ruller på en fast cirkel, hvis ligning i et sædvanligt, retvinklet, fast koordinatsystem  $XY$  er  $x^2 + y^2 = a^2$ . Under rulningen, som foregår med konstant vinkelhastighed  $\omega$ , er  $X_1$ -aksen positiv tangent til cirklen.

Med  $P$  betegnes projektionen på  $X_1$ -aksen af det punkt  $A$ , som i  $XY$ -systemet har koordinaterne  $(a, 0)$ . Punktet  $P$  bevæger sig da såvel overfor det faste system  $XY$ , som overfor det bevægelige system  $X_1Y_1$ .

Med  $t_1$  betegnes et tidspunkt under bevægelsen, hvor  $X_1$ -aksen rører cirklen i det punkt  $B$ , som i  $XY$ -systemet har koordinaterne  $(0, a)$ .

Find koordinaterne i  $XY$ -systemet af den absolutte hastighed, den relative hastighed, medføringshastigheden, den absolutte akceleration, den relative akceleration, medføringsakcelerationen og Coriolis-akcelerationen af punktet  $P$  til tidspunktet  $t_1$ .

### II.

1. En tynd, stiv stang  $AB$  har længden  $3a$  og massen  $m$  fordelt således, at tætheden er proportional med afstanden fra  $A$ .

Find afstanden  $AG$  fra  $A$  til tyngdepunktet  $G$ , og beregn stangens inertimoment  $I$  med hensyn til  $G$ .

2. Med  $l$  betegnes en fast, glat, vandret linie og med  $C$  og  $D$  to forskellige punkter af  $l$  på hver sin side af et fast punkt  $A_0$  af  $l$ , således beliggende, at  $A_0C = A_0D = 2a$ . Stangen hænger i begyndelsen i hvile med endepunktet  $A$  i  $A_0$  og det andet endepunkt  $B$  lodret derunder. En snor fører fra  $A$  gennem en lille glat føringsring anbragt i  $C$ , og en anden snor fører fra  $B$  gennem en lille glat føringsring anbragt i  $D$ . De to snore antages vægtløse og ustrækkelige.

Idet der trækkes i de frie ender af de to snore med kræfter  $K_C$  og  $K_D$ , begynder stangen til et vist tidspunkt  $t_0$  en bevægelse, hvor dens vinkelakceleration  $\alpha$  er konstant, og dens tyngdepunkt  $G$  bevæger sig på den lodrette linie gennem  $A_0$ , medens  $A$  glider gnidningsfrit langs  $l$ .

Find kræfterne  $K_C$  og  $K_D$ , når stangens vinkel med vertikalen er  $\frac{\pi}{6}$ .

3. Til det tidspunkt  $t_1$ , hvor stangens vinkel med vertikalen er  $\frac{\pi}{6}$ , overklippes de to snore, og stangen bevæger sig videre under tyngdens indflydelse, idet  $A$  fortsat tænkes gnidningsfrit bundet til  $l$ . Det tænkes givet, at  $B$  netop når op til  $l$ , men ikke højere.

1) Angiv tyngdepunktets banekurve for  $t > t_1$ .

2) Find  $\alpha$  og  $t_1$ .

3) Find farten af  $A$  og farten af  $B$  til tidspunktet  $t_1$ .

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.