

# Skoleembedseksamen

## ved det matematisk-naturvidenskabelige Fakultets matematisk-fysiske Faggruppe.

Forprøven. Juni 1947.

### Matematik 3 (Geometri og Mekanik).

Opgaver til Besvarelse i 4 Timer.

#### I.

Der er givet en Cirkel med Centrum  $O$  og Radius  $a$ .  $A$  betegner et Punkt, som gennemløber Cirklen, og  $A'$  dets symmetriske Punkt med Hensyn til en fast Diameter. Fodpunktet for den vinkelrette fra  $A'$  paa Linien  $OA$  betegnes med  $P$ .

- 1) Find Ligningen for det geometriske Sted for  $P$  i polære Koordinater med  $O$  som Pol.
- 2) Skitser den fundne Kurve, og angiv specielt dens Tangenter i  $O$ .
- 3) Beregn Arealet af et af de Omraader, der begrænses af Kurven og Cirklen om  $O$  med Radius  $\frac{a}{2}\sqrt{2}$ , og som ligger uden for denne Cirkel.
- 4) Find Ligningen for Indhyllingskurven for Linien  $A'P$  i et retvinklet Koordinatsystem, hvis Akser er de under 2) nævnte Tangenter.

#### II.

En homogen kvadratisk Plade  $ABCD$  med Siden  $a$  og Vægten  $V$  er ved Hængsler i  $A$  og  $B$  bundet til en fast vandret Stang, om hvilken den kan dreje sig uden Gnidning. En elastisk Snor forbinder Vinkelspidsen  $C$  med et fast Punkt, som ligger i Afstanden  $a$  lodret over  $B$ . Snoren har sin naturlige Længde, naar Pladen er vandret, og Snorkraften har Størrelsen  $\lambda V$ , naar Snoren er strakt til det dobbelte af den naturlige Længde.

- 1) Find Vinklen mellem Lodlinien og Pladen i Ligevægtsstillingerne.
- 2) Find de lodrette og vandrette Reaktionskomponenter i  $A$  og  $B$  for hver af de fundne Ligevægtsstillinger.
- 3) Beregn det Arbejde, som de paa Pladen virkende Kræfter udfører, naar Pladen bringes fra den vandrette Stilling til Stillingen lodret under Stangen.
- 4) Pladen bringes i vandret Stilling og sættes i nedadgaaende Bevægelse, saaledes at Vinkelhastigheden i Begyndelsen er  $\omega_0$ . Hvor stor maa  $\omega_0$  mindst være, naar Pladen skal naa Stillingen lodret under Stangen?

#### III.

I en fast Plan  $\alpha$  er givet et sædvanligt retvinklet Koordinatsystem med Begyndelsespunkt  $O$ . I en paa  $\alpha$  bevægelig Plan  $\beta$  er givet et Punkt  $P$ . Planen  $\beta$  bevæger sig med Vinkelhastigheden  $1$  saaledes, at  $P$  er bundet til  $x$ -Aksen, og at den rullende Polkurve er en ret Linie  $R$ , der har Afstanden  $a$  fra  $P$ . Til Tidspunktet  $t = 0$  befinder  $P$  sig i  $O$ , og  $R$  er parallel med  $x$ -Aksen.

Find  $P$ 's Hastighed som Funktion af Tiden, og find den faste Polkurves Ligning.

Ved Bedømmelsen tages Hensyn til Fremstillingens Form. Almindeligvis modtages til Bedømmelse kun Besvarelser, der er skrevet paa de til Indskrivning beregnede Ark. Kun under særlige Forhold, som da maa angives, kan Kladden afleveres. De Dele, som i saa Fald ønskes taget i Betragtning, maa være tydeligt afmærkede.