

Skoleembedseksamen

ved det matematisk-naturvidenskabelige Fakultets
matematisk-fysiske Faggruppe.

Forprøven. Januar 1947.

Geometri og Rationel Mekanik.

I.

I polære Koordinater (r, φ) er givet Kurven $r = a \cos^3 \frac{\varphi}{3}$, $-\frac{3\pi}{2} < \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$. Skitser Kurven. Find Kurvens naturlige Ligning ud fra Punktet $(r, \varphi) = (a, 0)$. Find den naturlige Ligning for Kurvens Evolut, og vis, at denne er en Epicykloide. (Den naturlige Ligning, regnet ud fra en Spids, for en Epicykloidebue, der fremkommer ved Rulning af en Cirkel med Radius b paa en Cirkel med Radius a , er

$$s = \frac{4b(a+b)}{a} \left(1 - \cos \frac{a}{a+2b} \theta \right).$$

II.

I en lodret Plan er givet et bevægeligt System bestaaende af en tynd homogen Stang af Længden $2a$ og med Massen m og en tynd, cirkulær, homogen og glat Ring med Radius a og Massen M . Et Punkt A af Ringen er fastgjort i den lodrette Plan, og Stangens ene Endepunkt B er bundet til Ringen, medens dens andet Endepunkt C er bundet til en glat, lodret Linie l . Systemet er kun paavirket af Tyngdekraften. I Ligevægtsstillingen er der en Vinkel paa 45° mellem Vertikalen og Radius til B . Find Afstanden mellem A og l samt Reaktionen i A , B og C .

III.

I et retvinklet Koordinatsystem er givet en homogent massebelagt Kurve

$$x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t, z = 0, 0 \leq t < 2\pi.$$

Kurvens samlede Masse er m .

- 1) Find Kurvens Inertimoment om Z -Aksen.
- 2) Find Ligningen for det geometriske Sted for de Linier gennem $O(0, 0, 0)$, om hvilke Kurven har Inertimomentet $\frac{1}{3} ma^2$; angiv specielt den Linie l blandt disse, som ligger i XZ -Planens første og tredje Kvadrant.
- 3) Idet Punktet O fastholdes i Rummet, udfører Kurven og det med denne stift forbundne Koordinatsystem en Poinsothbevægelse; til Tiden $t=0$ antages den øjeblikkelige Drejningsakse at være l og Vinkelhastigheden ω . Angiv i det nævnte Koordinatsystem Ligningerne for Bevægelsens Polkegler til dette Tidspunkt.
- 4) Angiv det første Tidspunkt derefter, hvor l atter er øjeblikkelig Drejningsakse.

Ved Bedømmelsen tages Hensyn til Fremstillingens Form. Almindeligvis modtages til Bedømmelse kun Besvarelser, der er skrevet paa de til Indskrivning beregnede Ark. Kun under særlige Forhold, som da maa angives, kan Kladden afleveres. De Dele, som i saa Fald ønskes taget i Betragtning, maa være tydeligt afmærkede.