

Skoleembedseksamen

ved det matematisk-naturvidenskabelige Fakultets
matematisk-fysiske Faggruppe.

Forprøven. Januar 1946.

Geometri og Rationel Mekanik.

I.

1. Bevis, at en ligesidet Hyperbels Asymptoter halverer Vinklerne mellem to vilkaarlige konjugerede Diametre.

2. Idet Punkterne A og B paa den ligesidede Hyperbel ligger symmetrisk med Hensyn til Centrum, og P er et vilkaarligt tredie Punkt paa Hyperblen, skal det vises, at de rette Linier gennem P parallelle med Asymptoterne halverer Vinklerne mellem PA og PB . (Vælg f. Eks. Asymptoterne til Koordinataksler).

3. Ud ad PA afsættes PB' lig PB , og ud ad PB afsættes PA' lig PA . Vis, f. Eks. ved Anvendelse af Resultaterne fra 1. og 2., at den fjerde Vinkelspids i det Parallelogram, hvis tre Vinkelspidser er A' , B' og P , ligger paa Tangenten i P .

4. Idet k er det geometriske Sted for de Punkter Q , for hvilke Afstandene $AQ = p$ og $BQ = q$ har det konstante Produkt $AP \cdot BP$, skal man ved Betragtning af Stræknings-hastighederne for AQ og BQ udlede en Konstruktion af Tangenten til k i Punktet P .

5. Vis, at k skærer Hyperblen ortogonalt i P .

II.

En masseløs Cirkel C kan i en lodret Plan rulle paa en fast vandret Linie l . Cirklen C har Radius a , og Gnidningskoefficienten mellem C og l er μ . En Partikkel med Massen m er knyttet til et fast Punkt P af C 's Rand. Til Tiden $t=0$ er C i øjeblikkelig Hvile, og P befinder sig i samme vandrette Højde som C 's Centrum. Idet $\varphi = \varphi(t)$ til Tiden t angiver Vinklen fra den vandrette Linie gennem Centrum til Radius til P , ønskes $\dot{\varphi}$ og $\ddot{\varphi}$ udtrykt som Funktioner af φ under Forudsætning af, at C ruller uden at glide paa l .

Beregn Normalreaktion og Gnidningskraft i Røringspunktet mellem C og l , og vis, at C vil hæve sig bort fra l , naar φ overstiger $\frac{\pi}{6}$. Angiv den mindste Værdi af μ , som sikrer, at Bevægelsen vedbliver at være ren Rulning, saa længe C rører l .