

Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige Fakultets
matematisk-fysiske Faggruppe.

Forprøven. Juni 1945.

Geometri og Rationel Mekanik.

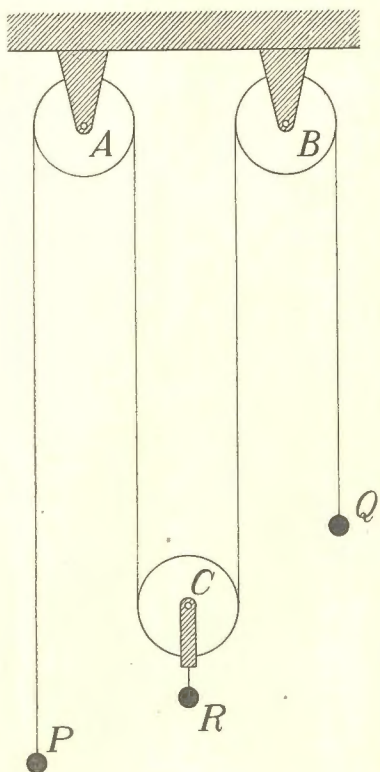
I.

Find den naturlige Ligning for den logaritmiske Spiral, som i polære Koordinater har Ligningen $r = a e^{\theta}$, regnet ud fra Punktet $(r, \theta) = (a, 0)$.

Den nævnte logaritmiske Spiral ruller paa en ret Linie l . Bevis, at Polen beskriver en Del af en ret Linie, som danner en Vinkel paa 45° med l . Hvilken Del af denne Linie gennemløbes?

En Kurve R ruller paa en ret Linie l . Et Punkt P i fast Forbindelse med R beskriver en Del af en ret Linie, som danner en Vinkel paa 45° med l . Bevis, at R er en logaritmisk Spiral, som i polære Koordinater med P som Pol har en Ligning af Formen $r = a e^{\theta}$ (eller en Del af en saadan Spiral).

II.



I en lodret Plan er over to faste Trisser A og B med gnidningsfrie Akser i samme Højde lagt en vægtløs, ustrækkelig og fuldkommen bøjelig Snor. I Snorens frie Ender er ophængt to Partikler P og Q med Masserne m_1 og m_2 , og mellem A og B hænger en løs Trisse C , i hvis gnidningsfrie Akse der i en vægtløs Gaffel er ophængt en Partikel R med Massen M . Snorstykkerne mellem Trisserne er lodrette. Trisserne er homogene Cirkelskiver, hver med Massen m og Radius r , og Snoren kan ikke glide paa Trisserne. Systemet er i Hvile til Tiden $t = 0$ og overlades fra dette Tidspunkt til Tyngdens Paavirkning.

De positivt regnede Længder af de frie Snorstykker fra Trisserne A og B til P og Q betegnes med x og y .

1) Vis, at Vinkelhastigheden ω i Trissen C 's Bevægelse bestemmes ved, at $2r\omega = \dot{y} - \dot{x}$.

2) Anvend Projektionssætningen paa hver af Partiklerne P og Q samt paa det af Trissen C og Partiklen R dannede System.

3) Anvend Momentsætningen paa hver af Trisserne A , B og C .

4) Dan to Ligninger til Bestemmelse af \ddot{x} og \ddot{y} (Ligningerne kræves ikke løst).

5) Find Betingelsen for, at Partiklen R forbliver i Hvile under Systemets Bevægelse.

6) Idet $m_1 = 12$, $m_2 = 18$ og $m = 4$, skal man bestemme M saaledes, at Partiklen R forbliver i Hvile under Systemets Bevægelse, og dernæst, idet M har denne Værdi, beregne \ddot{x} , \ddot{y} samt Spændingerne i de fire Snorstykker.