# Skoleembedseksamen

## under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Vinteren 1959-60.

---

### Matematik 2

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

**I.**

Givet en plan med et sædvanligt retvinklet $xy$-koordinatsystem og en plan med et sædvanligt retvinklet $uv$-koordinatsystem. Idet $c$ er et givet positivt tal, betragtes den ved

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{x(c-y)}{c} \\ v &= \frac{xy}{c} \end{aligned}\right\} , \quad \left\{\begin{aligned} &-\infty < x < \infty \\ &-\infty < y < \infty \end{aligned}\right.$$

bestemte afbildning af $xy$-planen ind i $uv$-planen.

Find billedmængden $\Omega$ i $uv$-planen ved denne afbildning og vis, at punktmængden bestående af de to halvplaner $x < 0$ og $x > 0$ i $xy$-planen afbildes enentydigt på en delmængde $\Omega'$ af $\Omega$.

Find billederne i $uv$-planen af akseparallelle linier i $xy$-planen.

Find dernæst billedet $\omega$ i $uv$-planen af det rektangel i $xy$-planen, der er bestemt ved $a \leqq x \leqq b$, $0 \leqq y \leqq c$, hvor $a$ og $b$ er givne positive tal, og beregn planintegralet

$$\int_{\omega} \frac{c^2 v^2}{(u+v)\left[(u+v)^4 + c^2 v^2\right]} \, d\sigma .$$

Vis endelig, at det uegentlige planintegral

$$\int_{\omega'} \frac{c^2 v^2}{(u+v)\left[(u+v)^4 + c^2 v^2\right]} \, d\sigma ,$$

hvor $\omega'$ betegner 1. kvadrant af $uv$-planen, er konvergent og bestem dets værdi.

**vend!**

## II. 61

A) I rummet er givet to enhedsvektorer $\mathbf{e}$ og $\mathbf{n}$, som ikke er vinkelrette på hinanden. Idet $\mathbf{V}$ er en vilkårlig vektor i rummet, betegnes med $\mathbf{V}' = \mathbf{f}(\mathbf{V})$ den vektor, der fremgår af $\mathbf{V}$ ved parallelprojektion i den ved $\mathbf{e}$ bestemte retning på en normalplan til $\mathbf{n}$.

Find $\mathbf{f}(\mathbf{V})$ udtrykt ved $\mathbf{e}, \mathbf{n}$ og $\mathbf{V}$, og vis, at $\mathbf{f}(\mathbf{V})$ er en lineær vektorfunktion med rangen 2.

Vis, at der gælder $\mathbf{f}(\mathbf{f}(\mathbf{V})) = \mathbf{f}(\mathbf{V})$ for hver vektor $\mathbf{V}$ i rummet.

Find vektorfunktionens egenværdier, og angiv de tilhørende egenvektorer.

B) Der er givet en lineær vektorfunktion $\mathbf{g}(\mathbf{V})$ i rummet, hvis rang er lig 2 og for hvilken det gælder, at $\mathbf{g}(\mathbf{g}(\mathbf{V})) = \mathbf{g}(\mathbf{V})$ for hver vektor $\mathbf{V}$.

Vis (direkte eller med benyttelse af et passende valgt koordinatsystem), at $\mathbf{g}(\mathbf{V})$ fremgår af $\mathbf{V}$ ved parallelprojektion i en fast retning på en fast plan.

---

**Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.**