

Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets
matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Vinteren 1958—59.

Matematik 2 (matematisk analyse og geometri).

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I.

Lad

$$f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x), \dots$$

være en funktionsfølge, hvor $f_n(x) = n \sin \frac{1}{n} x$.

1) Vis, at funktionsfølgen er konvergent i intervallet $-\infty < x < \infty$, og bestem grænsefunktionen.

2) Undersøg om funktionsfølgen er ligelig konvergent i hvert af de følgende intervaller

(a) $0 \leq x \leq b$

(b) $0 \leq x < \infty$.

II.

Angiv for hvilke x rækken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n-1)!} x^n$$

er konvergent, og find for sådanne x rækkens sum. (Det bemærkes, at $0! = 1$).

III.

Med \mathbf{A} betegnes den symmetriske matrix, der hører til den kvadratiske form

$$-x^2 + 2y^2 - z^2 + 4yz - 8zx + 4xy, \quad (1)$$

og med \mathbf{B} betegnes den symmetriske matrix, der hører til den kvadratiske form

$$5x^2 + 5y^2 + 8z^2 + 4yz + 4zx - 8xy. \quad (2)$$

1) Vis, at to af egenverdierne for \mathbf{A} er sammenfaldende, og bestem den tredje egenverdi samt en hertil hørende egenvektor \mathbf{V} for \mathbf{A} .

2) Vis, at to af egenverdierne for \mathbf{B} er sammenfaldende, og bestem den tredje egenverdi samt en hertil hørende egenvektor \mathbf{W} for \mathbf{B} .

3) Påvis, at \mathbf{V} og \mathbf{W} er indbyrdes ortogonale.

4) Gør rede for, at der eksisterer en egentlig orthogonal substitution, som reducerer begge formerne (1) og (2) til former uden produktled. Bestem en sådan fælles, reducerende, egentlig orthogonal substitution for (1) og (2), og angiv de tilsvarende reducerede former. (Man kan benytte resultaterne fra de tre foregående spørgsmål.)

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.