Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Sommeren 1956.

Matematik 2 (matematisk analyse og geometri).

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I.

Om en talfølge $a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots$ er givet, at $a_1 = e$, og at

$$(a_n)^{n^2-1} = (a_{n-1})^{n^2+1} \qquad (n = 2, 3, 4, \cdots).$$

Bevis, at talfølgen er konvergent.

II.

Sædvanlige retvinklede koordinater i rummet. Ved en lineær afbildning af rummet på planen π:

$$x + 2y + 3z = 6$$

afbildes et punkt P i rummet i et punkt P' i planen π således, at $\overrightarrow{PP'}$ er parallel med vektoren $\boldsymbol{V} = (2,1,2)$. Idet nu (x, y, z) og (x', y', z') betegner koordinaterne til P og P', skal man bestemme ligningen for denne afbildning.

Bestem rangen af samt egenværdierne og egenvektorerne for den til afbildningen hørende lineære vektorfunktion.

Bestem a således, at planen $x + y + az = 0$ afbildes i en linie, og angiv et sæt ligninger for denne.

III.

Lad $\boldsymbol{A}$ og $\boldsymbol{B}$ være to kvadratiske matricer af ordenen n $(n \geqq 2)$. Rangen af $\boldsymbol{A}$ er $n-1$, og $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$.

Vis, at rangen af $\boldsymbol{B}$ enten er 0 eller 1.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.