S K O L E E M B E D S E K S A M E N

UNDER DET MATEMATISK-NATURVIDENSKABELIGE FAKULTETS

MATEMATISK-FYSISKE FAGGRUPPE.

Forprøven. Sommeren 1954.

Matematisk analyse og geometri.

I.

I det følgende betegner $v_1, v_2, \ldots\ldots, v_n, \ldots$ en talfølge, i hvilken $v_1 > v_2 > \ldots\ldots > 0$ og $\lim_{n\to\infty} v_n = 0$.

1) Undersøg om tallene v_n kan vælges, så at rækkerne $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ og $\sum_{n=1}^{\infty} (\div 1)^n \sin v_n$ begge er divergente.

2) Gør rede for, om konvergens af rækken $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ medfører konvergens af rækken $\sum_{n=1}^{\infty} \sin v_n$ og om divergensen af rækken $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ medfører divergensen af rækken $\sum_{n=1}^{\infty} \sin v_n$.

3) Idet $v_n = \operatorname{Arc\,cos}\left(1 \div \frac{1}{n^3}\right)$, skal man (f.eks. ved anvendelse af det i 2) fundne resultat) undersøge, om $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ er konvergent.

4) For hvilke værdier af det reelle tal s er rækken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin\frac{1}{n}\right)^s . \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{s^2}$$

konvergent?

II.

Sædvanlige retvinklede koordinater i planen . Find det analytiske udtryk for den orienteringsbevarende lineære afbildning A_t af planen på sig selv, som fører ellipsen E med ligningen $2x^2 + 5y^2 \div 6xy + 2x \div 4y = 0$ over i ellipsen E' med ligningen $x^2 + \frac{1}{9}y^2 = 1$ og punktet (o,o) på E over i punktet (cost, 3sint) på E', hvor t er et givet tal. (Man kan benytte, at konjugerede diametre går over i konjugerede diametre.) Angiv A_t's arealforhold.

Bestem dernæst de værdier af tg t, for hvilke billedvektorerne (1,2) og (2,1) ved den til afbildningen A_t hørende lineære vektorfunktion står vinkelret på hinanden.