S K O L E E M B E D S E K S A M E N

UNDER DET MATEMATISK - NATURVIDENSKABELIGE FAKULTETS

MATEMATISK - FYSISKE FAGGRUPPE.

Forprøven. Vinteren 1953/54.

Matematisk analyse og geometri.

I.

I det ved uligheden $x^2 + 2y^2 > 1$ afgrænsede område ω i xy-planen betragtes de to funktioner

$$L(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2y^2-1}} + 4x(x^2+y^2), \quad M(x,y) = \frac{2y}{\sqrt{x^2+2y^2-1}} + y\,f(x)$$

hvor $f(x)$ betegner en for $-\infty < x < +\infty$ differentiabel funktion med kontinuert differentialkvotient.

Vis, at $L(x,Y)$ og $M(x,y)$ er de partielle afledede efter henholdsvis x og y af en i ω differentiabel funktion $F(x,y)$, når og kun når $f(x)$ er en af funktionerne $4x^2 + C$, hvor C er en vilkårlig konstant.

Idet $f(x)$ vælges som $4(x^2 + 1)$, skal man bestemme de funktioner $F(x,Y)$, hvis partielle afledede er L og M, og specielt den, hvis nedre grænse i ω er 4.

II.

Sædvanlige retvinklede koordinater i rummet.

Lad m betegne linien med parameterfremstillingen $(x,y,z) = t(1,1,1)$. Bestem punktet P på linien $x = 1$, $z = o$, således at stedvektoren for P danner en vinkel på $6o^\circ$ med m, orienteret i overensstemmelse med vektoren $(1,1,1)$.

Bestem afstanden d fra et vilkårligt punkt (x,y,z) til m som funktion af punktets koordinater. Find en ligning, der fremstiller det geometriske sted F for de punkter, der har samme afstand til m og til XY-planen. Angiv arten af den fundne flade, og gør rede for, om den er en omdrejningsflade.

Udregn volumen af det område, som begrænses af F, af XZ-planen, af planen $x = 1$ og af planen gennem Z-aksen og m.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.