SKOLEEMBEDSEKSAMEN

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets

matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Vinteren 1950/51.

Matematisk analyse og geometri.

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I.

I et sædvanligt retvinklet højrekoordinatsystem i rummet er en omdrejningskegleflade givet ved, at dens akse a går gennem punktet med koordinaterne (3,4,1) og indeholder vektoren $\bar{A}$ med koordinaterne (-1,1,2), medens linien l gennem de to punkter med koordinaterne (4,9,5) og (λ,1,1) er en frembringer.

1) Find λ samt keglens toppunkt og halve åbningsvinkel.

2) Find ligningen for keglens tangentplan i punktet med koordinaterne (4,9,5).

3) Vis, at liniestykket Q_1Q_2, hvor Q_1 har koordinaterne (-5,1,6), og Q_2 har koordinaterne (-7,1,8), har et punkt Q fælles med keglefladen, og find dettes koordinater.

4) Liniestykket Q_1Q_2 frembringer ved drejning om aksen a en omdrejningsflade. Find afstanden ST fra dennes skæringspunkt S med frembringeren l til keglens toppunkt T.

II.

I et sædvanligt retvinklet XY-koordinatsystem er givet to keglesnit ved deres ligninger

(1) $x^2+4y^2+4xy+4x+11y+5=0$,

(2) $5x^2+5y^2+8xy+16x+8y+15=0$.

Vis, at (1) fremstiller en parabel. Vis, at (2) fremstiller en ellipse, og find dens centrum, halvakser og akseretninger. Ved hjælp af en ret affinitet med positivt forvandlingstal og med linien gennem (0,0) parallel med ellipsens store akse som affinitetsakse føres ellipsen over i en cirkel C. Angiv C's centrum og radius. Ved samme affinitet føres parablen (1) over i en ny parabel P. Vis, at P's akse er parallel med X-aksen, at hulheden vender i X-aksens positive retning, samt angiv P's toppunkt og parameter p. I et retvinklet X_1Y_1-koordinatsystem med begyndelsespunkt i P's toppunkt og X_1-akse ud ad P's akse skal man angive P's ligning og koordinaterne for C's centrum.

VEND!