

Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets
matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Vinteren 1949/50.

Matematisk analyse og geometri.

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I.

I rummet er givet et sædvanligt retvinklet koordinatsystem. Ved en kvadratisk matrix \mathbf{A} af 3' orden er givet en afbildning af rummet i sig selv med fastholdt begyndelsespunkt. Ved hjælp af begrebet rang af en matrix ønskes givet en nødvendig og tilstrækkelig betingelse for, at denne afbildning er en affinitet. For hvilke værdier af tallene a , b og c vil den ved matrixen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} c+1 & -2 & -a \\ 1 & 3 & a \\ a & 2a & b \end{pmatrix}$$

givne afbildning være en affinitet?

Bestem d således, at der findes en affinitet, som fastholder begyndelsespunktet, og som overfører $(-1, 0, 1)$ og $(0, 0, 1)$ i henholdsvis $(1, 4, -1)$ og $(1, d, 0)$, og bestem samtlige mulige matrixer for disse affiniteter. Bestem specielt affinitetsplanerne og matrixerne for de eventuelle rette eller lige affiniteter, og angiv henholdsvis forvandlingstallet og affinitetsretningen.

II.

I et sædvanligt retvinklet koordinatsystem med Z -aksen lodret opad har en parabel punktet $(-1, -1, -1)$ som brændpunkt og linien $(x, y, z) = (3 + 2t, 4 + 3t, -4 - 5t)$ som ledelinie. Find koordinaterne til dens toppunkt.

Parablen frembringer ved rotation om sin akse en omdrejningsparaboloide. Find dennes ligning i det givne koordinatsystem, og find koordinaterne til dens øverste punkt.

Bestem h således, at skæringskurven mellem den vandrette plan $z = h$ og paraboloiden omslutter et plant område med arealet $12\sqrt{3}\pi$.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form. Almindeligvis modtages til bedømmelse kun besvarelser, der er skrevet på de til indskrivning beregnede ark. Kun under særlige forhold, som da må angives, kan kladden afleveres. De dele, som i så fald ønskes taget i betragtning, må være tydeligt afmærkede.