S K O L E E M B E D S E K S A M E N

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets
matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Juni 1948.

Matematisk analyse og geometri.

I.

Gør rede for, at på hele den reelle akse, $\div\infty < x < \infty$, defineret funktionen $f(x)$, som er kontinuert, og som tilfredsstiller ligningen

$$(*) \qquad f(x) + \sin x = \int_0^x (t \div x) f(t)\,dt, \qquad \div\infty < x < \infty,$$

er to gange differentiabel for $\div\infty < x < \infty$ (iøvrigt vilkårlig ofte differentiabel) og bestem derpå $f(x)$ således, at (*) er opfyldt.

II.

Der ønskes givet et bevis for følgende sætning vedrørende en iet område ω i xy-planen defineret funktion $F(x,y)$ og et indre punkt (x_0, y_0) i ω: Når

1) $F(x,y)$ har kontinuerte partielle afledede $F'_x(x,y)$ og $F'_y(x,y)$ i ω,

2) $F(x_0,y_0) = 0$, $F'_y(x_0,y_0) \neq 0$,

er det muligt at afgrænse et rektangel R_0 $(x_0 \div \delta \leq x \leq x_0 + \delta,$

$y_0 \div b \leq y \leq y_0 + b)$ tilhørende ω, således at

a) ligningen $F(x,y) = 0$ for ethvert x i intervallet $x_0 \div \delta \leq x \leq x_0 + \delta$ har netop een løsning $y = f(x)$ i intervallet $y_0 \div b \leq y \leq y_0 + b$,

b) funktionen $f(x)$ er differentiabel med en kontinuert differentialkvotient.

Undersøg dernæst, om den sætning, der fremkommer, når 1) erstattes med 1') $F(x,y)$ er kontinuert i ω og har i ω en partiel afledet $F'_y(x,y)$, der er kontinuert i punktet (x_0,y_0), og b) erstattes med

b') funktionen $f(x)$ er kontinuert,

medens sætningen iøvrigt lades uændret, er rigtig.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form.