S K O L E E M B E D S E K S A M E N

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets matematisk-fysiske faggruppe.

Forprøven. Januar 1948.

Matematisk analyse og geometri.

I.

Gør rede for, at det er muligt at afgrænse et område Ω omkring punktet $(1,0,a)$, hvor a er et vilkårligt reelt tal, således, at ligningerne

$$(1)\qquad x(y+z^2)+3y^3z^2=a^2 \quad \text{og} \quad xz \div yz^2=a$$

indenfor dette område fremstille en differentiabel bue, og bestem a således, at buens tangent i punktet $(1,0,a)$ er parallel med planen $x \div 3y=3$.

Gør rede for, at man for $a \neq 0$ kan afgrænse Ω således, at ligningerne (1) indenfor Ω bestemmes x og z som to gange differentiable funktioner

$$x=f(y),\quad z=g(y)$$

af y, og bestem for $a=1$ funktionerne $f(y)$ og $g(y)$ pånær fejl, som er $o(y^2)$.

II.

Der er givet to kegleudsnitsflader med ligningerne $y^2=xz$ og $z^2=y$ i sædvanlige retvinklede koordinater.

1) Angiv fladernes art og deres beliggenhed i forhold til koordinatsystemet.

2) Fladerne skærer hinanden i en ret linie og en rumkurve. Angiv denne linie, og find en parameterfremstilling for kurven med $z=t$ som parameter.

3) Find ligningen for kurvens oskulationsplan i det til parameterværdien t svarende punkt.

4) Vis, at oskulationsplanerne i tre kurvepunkter P_0, P_1 og P_2 svarende til de indbyrdes forskellige parameterværdier $t_0=0$, t_1 og t_2 har eet punkt fælles, og at dette ligger i den ved punkterne P_0, P_1, P_2 bestemte plan.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form.