# Skoleembedseksamen

Forprøven. Juni 1944.

---

## Matematik 2.

### I.

Angiv ved Hjælp af en Figur Mængden $\omega$ bestaaende af de Punkter, hvis Koordinater tilfredsstiller Uligheden

$$(x^2+y^2-2x)\,(x^2+y^2+2x)<0,$$

og Mængden $\omega_1$ bestaaende af de Punkter, hvis Koordinater tilfredsstiller Ligningen

$$\varphi\,(x^2+y^2-2x)\;\varphi\,(x^2+y^2+2x)+\varphi\,(y)=2,$$

hvor $\varphi\,(t)$ betegner Funktionen

$$\varphi\,(t)=\begin{cases}1 & \text{for } 0<t<+\infty\\ 0 & \text{for } -\infty<t\leqq 0.\end{cases}$$

Med $f(x,y)=f(P)$ betegnes en i $\omega$ defineret Funktion, der i ethvert Punkt af $\omega$ har partielle Differentialkvotienter.

De partielle Afledede $f'_x\,(x,y)$ og $f'_y\,(x,y)$ antages at være begrænsede i $\omega$. Gør Rede for, hvorvidt dette medfører, at

1) $f(P)$ er begrænset i $\omega$,

2) $f(P)$ er kontinuert i $\omega$,

3) $f(P)$ er ligelig kontinuert i $\omega$,

4) $f(P)$ har en Grænseværdi for $P\rightarrow P_0$, hvor $P_0$ er et vilkaarligt Punkt paa Randen af $\omega$.

Angiv Resultaterne af de tilsvarende Redegørelser vedrørende en Funktion $g\,(x,y)$, som er defineret i $\omega_1$, og som i $\omega_1$ antages at have begrænsede partielle Afledede.

### II.

Bestem samtlige Funktioner $y=f(x)$, som for $-\infty<x<+\infty$ er tre Gange differentiable og opfylder Ligningen

$$f''(x)+2f(x)=\int_0^x (2f''(t)+f'(t)+2e^t)\,dt.$$

### III.

Med $f(t)$ betegnes en i et Interval $\alpha\leqq t\leqq\beta$ differentiabel Funktion, hvis Differentialkvotient er kontinuert og forskellig fra Nul, og med $g\,(t)$ en i samme Interval kontinuert Funktion, hvis Værdier er positive. Paa den med $XY$-Planen parallelle Linie $PQ$, hvor $P$ ligger paa $Z$-Aksen, og $Q$ har Koordinaterne $(\cos t,\ \sin t,\ f(t))$, afsættes fra $P$ i Retning mod $Q$ et Liniestykke $PS$ af Længden $g(t)$. Naar $t$ gennemløber Intervallet $\alpha\leqq t\leqq\beta$, beskriver $PS$ et Fladestykke $F$.

Angiv en simpel Parameterfremstilling for $F$ og gør i Forbindelse hermed Rede for, at $F$ kan fremstilles som et differentiabelt Fladestykke.

Find et Integraludtryk for Arealet af $F$.

Udregn Arealet, naar $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$, $\beta=\pi$, $f(t)=\dfrac{1}{2}t^2$ og $g\,(t)=t\sqrt{3}$.

---