Skoleembedseksamen.

Forprøven. Januar 1944.

Matematik 2.

I.

1) Gør Rede for, hvad Eksistens- og Entydighedssætningen for Differentialligninger af første Orden udsiger om Integralkurverne til Differentialligningen

(1) $$xdy + (y - 3x^2)\,dx = 0,$$

og angiv specielt Ligningens eventuelle singulære Punkter.

2) Find Mængden bestaaende af de ikke-singulære Punkter, i hvilke Integralkurverne til (1) har vandret Tangent, og angiv saavel ved Hjælp af en Figur som ved Uligheder de Omraader, inden for hvilke Integralkurverne er geometriske Billeder af monotont voksende, henholdsvis monotont aftagende Funktioner, $y = \varphi(x)$.

3) Find paa Linien $x - y + 3 = 0$ de Punkter, i hvilke den staar vinkelret paa en Integralkurve.

4) Find samtlige Integralkurver.

5) Bestem de Integralkurver, der gaar gennem henholdsvis (0,1), (1,0), (1,1) og (1,2). Skitser Kurverne.

6) Bestem de Integralkurver, der har Linien $x + y - 1 = 0$ som Tangent.

II.

Angiv den Figur, som dannes af de Punkter i Rummet, hvis retvinklede Koordinater tilfredsstiller Ligningerne

(2) $$z + x = 2 \quad \text{og} \quad x^2 = y^2,$$

og find en Ligning, der fremstiller Figurens Projektion paa YZ-Planen.

En variabel Cirkel, der har Centrum i XZ-Planen, og hvis Plan er parallel med XY-Planen, bevæger sig saaledes, at dens Periferi stadig indeholder et Punkt, hvis Koordinater tilfredsstiller (2), samt et Punkt af Z-Aksen, og frembringer derved en Flade.

Find en Ligning, der fremstiller denne Flade.

Find Volumen af det Legeme, der begrænses af Fladen og XY-Planen.