SKOLEEMBEDSEKSAMEN
under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets
matematisk-fysisk faggruppe
Forprøven. Sommeren 1952.

Matematisk analyse.
Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I

Idet a og p er positive konstanter, skal det bevises, at funktionen

$$z = x^3 + y^3 - 3axy$$

på parablen $py = x^2$ har en mindsteværdi, der antages i netop eet punkt P. Det skal ligeledes bevises, at z i området $py \geqq x^2$ har en mindsteværdi, der antages i netop eet punkt Q. Angiv koordinaterne til P og Q udtrykt ved a og p. Idet a har en fast positiv værdi, ønskes angivet, for hvilke positive værdier af p punkterne P og Q er forskellige, samt for hvilke positive værdier af p punktet P ligger i det indre af første kvadrant.

II

Find alle potensrækker $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, som tilfredsstiller differentialligningen

(1) $$\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + py = 0,$$

hvor p er et reelt tal, og gør rede for de fundne rækkers konvergensforhold. For hvilke værdier af p forekommer der polynomier blandt løsningerne?

Angiv for p = 2 et polynomium P(x), der tilfredsstiller (1), og angiv dernæst for p=2 i hvert af de intervaller, hvori nulpunkterne for P(x) deler x-aksen, den fuldstændige løsning til (1) på formen

$$y = c_1 P(x) \int R(x) e^{\frac{x^2}{2}} dx + c_2 P(x),$$

hvor R(x) er en brudden rational funktion.

Ved bedømmelsen etc.