S K O L E E M B E D S E K S A M E N

under det matematisk-naturvidenskabelige fakultets matematisk-fysiske faggruppe.
Forprøven. Juni 1948.

Matematisk analyse.
Opgaver til besvarelse i 4 timer.

I.

Reducer hver af de kvadratiske former

$$F(x,y,z)=3x^2+3y^2+5z^2+2xy\div 2xy\div 2yz$$

og

$$\Phi(x,y,z)=6x^2+17y^2+6z^2\div 4xy+8xz\div 4yz$$

fuldstændigt, og eftervis, at en af søjlevektorerne i matricen hørende til en ortogonal substitution, der reducerer $F(x,y,z)$, er ortogonal til en af søjlevektorerne i matricen hørende til en ortogonal substitution, der reducerer $\Phi(x,y,z)$.

Bestem dernæst en egentlig ortogonal substitution, som fører $F(x,y,z)$ over i en form

$$ax^2+by^2+cz^2+2dyz$$

og $\Phi(x,y,z)$ over i en form

$$\alpha x^2+\beta y^2+\gamma z^2+2\delta xz,$$

og find de værdier af a, b, c og d, der fremkommer, når den fundne substitution anvendes på $F(x,y,z)$.

II.

Vis, at kvadranten bestående af alle punkter (u,v), for hvilke $0\leq u, 0<v$, ved det differentiable funktionspar

$$x=v^2 \sinh u$$
$$y=v^2 \cosh u$$

afbildes enentydig på vinkelrummet bestående af alle punkter (x,y), for hvilke $0\leq x<y$.

Bestem dernæst den punktmængde R i kvadranten $0\leq u, 0<v$, der afbildes i den ved ulighederne

$$0\leq x,\ 0<y,\ y^2\div x^2\leq 1,\ x\sqrt{2}\geq y$$

afgrænsede punktmængde ω i xy-planen.

Gør endelig rede for, at planintegralet

$$\int_\omega \frac{y\div x}{(y+x)(1+y^2\div x^2)}\,d\sigma$$

existerer, og find dets værdi.

Ved bedømmelsen tages hensyn til fremstillingens form.