Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige Fakultets matematisk-fysiske Faggruppe.

Forprøven. Sommeren 1945.

Matematisk Analyse.

I.

Med $f(x)$ betegnes en i et Interval $a \leqq x \leqq b$ kontinuert Funktion. Gør Rede for hvorvidt man af, at Ligningen

$$\int_a^b f(x)\, g(x)\, dx = 0$$

er opfyldt for enhver i Intervallet $a \leqq x \leqq b$ kontinuert og stykkevis lineær Funktio $g(x)$, kan slutte, at $f(x)$ er konstant lig med 0.

II.

1) Lad $\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2, \ldots, \boldsymbol{A}_m$ være et Maksimalsystem for et Vektorrum L indenfor d fuldstændige n-dimensionale Vektorrum, og lad $\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{B}_2, \ldots, \boldsymbol{B}_m$ være m vilkaarli n-dimensionale Vektorer. Bevis, at der findes een og kun een lineær Vektorfunkti $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{V})$, der har L som Definitionsomraade og opfylder Betingelserne

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{A}_1) = \boldsymbol{B}_1, \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{A}_2) = \boldsymbol{B}_2, \ldots, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{A}_m) = \boldsymbol{B}_m.$$

2) Gør Rede for, hvorvidt der findes en lineær Vektorfunktion, der afbilder V torerne $\boldsymbol{A}_1 = \{1, 1, 0\}$, $\boldsymbol{A}_2 = \{0, 1, 1\}$, $\boldsymbol{A}_3 = \{1, 2, 1\}$ i henholdsvis $\boldsymbol{B}_1 = \{0, 1, 0\}$, $\boldsymbol{B}_2 = \{1, 0,$ $\boldsymbol{B}_3 = \{2, 1, 0\}$.

3) Undersøg, for hvilke Værdier af a der findes henholdsvis ingen, een eller uend mange lineære Vektorfunktioner, som er definerede i det fuldstændige 3-dimensior Vektorrum og afbilder Vektorerne $\boldsymbol{A}_1 = \{2a + 1, 1, 2a\}$, $\boldsymbol{A}_2 = \{a, -a, a + 2\}$, $\boldsymbol{A}$ $\{2, a + 1, -1\}$ i henholdsvis $\boldsymbol{B}_1 = \{3, 1, 2\}$, $\boldsymbol{B}_2 = \{1, -1, 3\}$, $\boldsymbol{B}_3 = \{2, 2, -1\}$. Bestem er lig for $a = 0$ den til Funktionen hørende Matrix.

III.

Bestem samtlige Potensrækker $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, hvis Sum $y = f(x)$ er Integral til I rentialligningen

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0,$$

og angiv de fundne Rækkers Konvergensintervaller.

Undersøg de fundne Integralkurvers Konveksitetsforhold i Intervallet $-\infty <$
