# Skoleembedseksamen Juni 1943.

Forprøven.

---

## Matematik I.

**1.** I et sædvanligt retvinklet Koordinatsystem $XYZ$ er givet en Rumkurve ved Ligningerne

$$x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = 2 \operatorname{tg} \frac{t}{2},$$

hvor $t$ er en Parameter, der gennemløber Intervallet $-\pi < t < \pi$.

1) Vis, at Rumkurven er monoton, og at den har højst 3 Punkter fælles med en vilkaarlig Plan.

2) Find Ligningen for Oskulationsplanen i det til Parameterværdien $t = 0$ svarende Kurvepunkt $P_0$, og vis, at $P_0$ deler Kurven i to Dele beliggende paa hver sin Side af Oskulationsplanen i $P_0$.

3) Punktet $P_0$ forbindes ved en ret Linie med et vilkaarligt Kurvepunkt $P$. Idet $P$ gennemløber Kurven, frembringer Linien en Kegleflade. Vis, at Planen $z = 1$ skærer Keglefladens Frembringere i Punkter af en Cirkel.

**2.** En Partikel $M$ med Massen $m$ tiltrækkes mod et fast Punkt $O$ med Kraften $\frac{\lambda m}{r^3}$, hvor $r = OM$, og $\lambda$ er en positiv Konstant. Find i polære Koordinater $(r, \varphi)$ med $O$ som Pol Ligningerne for de mulige Kurver, som $M$ kan beskrive.

Idet man herefter betragter den specielle Bevægelse, hvor $\lambda$ har Værdien $\frac{3}{4}$, og hvor $M$ til Tiden $t = 0$ er i Punktet $M_0$ med Afstanden $OM_0 = 1$ og har en Hastighed af Størrelsen 1 i en Retning vinkelret paa $OM_0$, skal man i polære Koordinater med $OM_0$ som Polarakse finde Ligningen for den Kurve, $M$ beskriver, angive Kurvens Udseende og finde $r$ og $\varphi$ som Funktioner af $t$.

---