Skoleembedseksamen

under det matematisk-naturvidenskabelige Fakultets matematisk-fysiske Faggruppe.

Fagprøven. Januar 1946.

Hovedfag Matematik.

Opgaver til Besvarelse i 4 Timer.

I.

Lad $p = 2n + 1$ betegne et ulige Primtal.

Angiv et Repræsentantsystem for de kvadratiske Rester mod. p.

Idet $r_1, \cdots, r_n$ og $i_1, \cdots, i_n$ betegner et vilkaarligt Repræsentantsystem for de kvadratiske Rester, henholdsvis kvadratiske Ikkerester mod. p, skal man

1) angive, for hvilke hele ikke negative Tal $l_1, \cdots, l_n, m_1, \cdots, m_n$ Produktet

$$r_1^{l_1} \cdots r_n^{l_n} \quad i_1^{m_1} \cdots i_n^{m_n}$$

er kvadratisk Rest, og for hvilke kvadratisk Ikkerest mod. p, samt vise, at Produktet

$$i_1^{1^2} \cdot i_2^{2^2} \cdots i_n^{n^2}$$

er kvadratisk Rest eller Ikkerest, eftersom p har Formen $8q \pm 1$ eller $8q \pm 3$,

2) bevise, at for $p \neq 3$ er

$$r_1 + r_2 + \cdots + r_n \equiv i_1 + i_2 + \cdots + i_n \equiv 0 \pmod{p},$$

3) bevise, at for $p \neq 3$ og $\neq 5$ er

$$r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_n^2 \equiv i_1^2 + i_2^2 + \cdots + i_n^2 \equiv 0 \pmod{p},$$

samt

4) bevise, at

$$r_1 r_2 \cdots r_n \equiv (-1)^{n+1} \pmod{p} \text{ og } i_1 i_2 \cdots i_n \equiv (-1)^n \pmod{p}.$$

II.

1) Formuler og bevis Hovedsætningen om symmetriske Polynomier.

2) Idet α, β, γ betegner Rødderne i en kubisk Ligning $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, hvor $c \neq 0$, ønskes

$$\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\alpha^2}{\gamma} + \frac{\beta^2}{\gamma} + \frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\gamma^2}{\alpha} + \frac{\gamma^2}{\beta}$$

udtrykt ved Koefficienterne a, b, c.
