Reeksamen Mat1GB 1999 Opgave 4.

(a) Find egenværdierne og tilhørende egenvektorer for matricen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

(b) Vis at hvis $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbf{R}^3$ er et maximums- eller minimumspunkt for funktionen

$$f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 2xy$$

under bibetingelsen $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ så er vektoren $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$ en egenvektor for matricen A fra (a).

(c) Find max og min for funktionen f fra (b) under bibetingelsen $x^2+y^2+z^2 = 1$. (Du må godt benytte dig af resultatet fra (b) selvom du ikke har besvaret det spørgsmål.)

Reeksamen Mat1GB 2001 Opgave 4.

Man får oplyst, at A er en 3×3 matrix med

Egenvektorer:	$\frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,	$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$,	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
Tilhørende egenværdier:	0 ,	-3 ,	2

(a) Eftervis, at de opgivne egenvektorer er ortonormale.

(b) Bestem matricen A.

Eksamen Mat1GB sommer 2001 Opgave 2. (redigeret til LinAlg)

Betragt matricen

$$T = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{6}/6 \\ \sqrt{2}/2 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{6}/6 \\ 0 & \sqrt{3}/3 & -\sqrt{6}/3 \end{bmatrix}.$$

(a) Vis at T er en ortogonal matrix.

(b) Lad $S = T^{-1}$ betragt

$$A = S^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} S.$$

Bestem egenværdierne for A og en basis for hvert af de tilhørende egenrum.

(c) Vis, at der findes en regulær matrix P så matricen

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

kan skrives $B = PAP^{-1}$.

Eksamen Mat1GB vinter 2004 Opgave 3. (redigeret til LinAlg)

Betragt 2×2 matricen

$$A_{\alpha,\beta} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & -\alpha \end{bmatrix}$$

afhængig af 2 reelle parametre $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(a) Bestem for hvilke α, β matricen $A_{\alpha,\beta}$ er en ortogonal matrix.

(b) Bestem, for alle parameterværdier α, β, samtlige egenværdier for matricen $A_{\alpha,\beta}$.

Eksamen Mat1GB vinter 2002 Opgave 1

Bestem hvilke af følgende matricer der er diagonaliserbare:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ -2 & 9 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & \pi & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ \pi & 1 & 1 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & \sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$

Det oplyses, at egenvædierne i (c) er 5 og 10.