Facitliste

Juni 2006

1. $|(\mathbb{Z}/2006)^*| = |(\mathbb{Z}/17)^* \times (\mathbb{Z}/59)^*| = 16 \cdot 58 = 928$. Maksimal elementorden: $\mathrm{mfm}(16, 58) = 464$.

2. $\mathrm{C}_{2006} = \langle D \rangle$ og undergrupper heri er normale (sammen med $\langle D^2, S\rangle$ og $\langle D^2, DS\rangle$ er det faktisk samtlige ægte normale). Undergruppen $\langle S \rangle$ er ikke-normal.

3. $6 \cdot \binom{5}{2} \cdot 2\binom{3}{3} = 120$. Derfor er $|C(\sigma)| = 6!/120 = 6$, og så er $C(\sigma) = \langle \sigma \rangle$.

4. 1 kommutativ, nemlig $\mathrm{C}_{2006} = \mathrm{C}_2 \times \mathrm{C}_{17} \times \mathrm{C}_{59}$. Ikke-kommutative: D_{1003}, $\mathrm{C}_{17} \times \mathrm{D}_{59}$ og $\mathrm{C}_{59} \times \mathrm{D}_{17}$.

5. 5^{24}.

6. $14 \cdot 12 = 168$ elementer af orden 13 (fra de 14 Sylow-13-undergrupper).

7. Antal undergrupper $= 8$ (= antal divisorer i $2006 = 2 \cdot 17 \cdot 59$.

8. $d = 1, 2, 4$. Derfor er $(\mathbb{Z}/16)^* \simeq \mathrm{C}_4 \times \mathrm{C}_2$ og $= (\mathbb{Z}/15)^*$.

9. $\frac{1}{20}(N^{10} + 5N^6 + 6N^5 + 4N^2 + 4N)$ (= 78 for $N = 2$).

10. Restklasserne $a = [0], [6], [12]$ og $[18]$.

11. $\mathrm{N}(2 + \sqrt{5}) = -1$, enhed; $\mathrm{N}(1 + 2\sqrt{5}) = -19$, irreducibel; $\mathrm{N}(9 - 4\sqrt{5}) = 1$, enhed; $\mathrm{N}(\sqrt{5}) = -5$, irreducibel.

12. $2006 = (-i) \cdot (1 + i)^2 \cdot (4 + i)(4 - i) \cdot 59$.

13. Reducibel, da grad $g > 2$.

14. Irreducibel iflg Eisenstein med $p = 5$.

15. 1 rod, nemlig $a = 1$ (idet alle andre elementer i $(\mathbb{Z}/17)^*$ har lige orden.