

Facitliste

Sommer 2003

1. 30.
2. $\sigma = (0\ 1)(2\ 3\ 4\ 5\ 6)(7\ 8\ 9)$, type = $2^1 3^1 5^1$, orden = 30 og fortegn = -1 .
3. 15.
4. Cykeltyperne: $1^4 2^1$, $1^2 2^2$ og 2^3 . Antallet = $15 + 45 + 15 + 1 = 76$.
5. Ja, $\sigma = (1\ 2)(3\ 4)$ eller $(1\ 4)(2\ 3)$; ja, $\sigma = (1\ 3)$ eller $(2\ 4)$; og nej.
6. $C_8 \times C_2 \times C_5$ og $C_4 \times C_4 \times C_5$.
7. Fx fire af følgende: $Q_8 \times C_{15}$ (2), $D_4 \times C_{15}$ (5), $A_4 \times C_{10}$ eller $D_3 \times C_{20}$ (7), $S_4 \times C_5$ (9), $D_5 \times C_{12}$ (11), $D_{12} \times C_5$ (13), $D_6 \times C_{10}$ (15), $D_{20} \times C_3$ (21), $D_{10} \times C_6$ eller $A_4 \times D_5$ (23), S_5 (25), $A_5 \times C_2$ eller $D_{15} \times C_4$ (31), $D_6 \times D_5 = D_{10} \times D_3$ (47), D_{60} (61), $D_{30} \times C_2$ (63), ...
8. En Sylow-7-undergruppe er normal; ikke tilsvarende for Sylow-19-undergrupperne.
9. Homomorfin kan angives som $z \mapsto z^3$, idet elementerne i C_{15} og C_{10} er komplekse tal; eller som $\zeta_{15}^i \mapsto \zeta_{10}^{2i}$ (kan alternativt angives additivt: $i \pmod{15} \mapsto 2i \pmod{10}$); eller som $(x, y) \mapsto (x, 1)$ under identifikationen $C_{15} = C_5 \times C_3$ og $C_{10} = C_5 \times C_2$; eller som $C_{15} \rightarrow C_{15}/C_3 = C_5 \rightarrow C_{10}$ under de naturlige inklusioner $C_3 \subset C_{15}$ og $C_5 \subset C_{10}$.
10. $(2p)^{-1}(2^p + (p-1) \cdot 2 + p \cdot 2^{(p+1)/2})$.
11. $2002 = -i(1+i)^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot (3+2i)(3-2i)$ og 2003 er et primelement. Antallene er 192 (eller 48 bortset fra associering) og 8 (eller 2 bortset fra associering).
12. 2 i \mathbb{R} , 2002 i \mathbb{C} , 2002 i \mathbb{F}_{2003} og 14 i \mathbb{F}_{29} .
13. f er reducibel i $\mathbb{R}[X]$.
14. f er irreducibel i $\mathbb{Q}[X]$.
15. $f = (X^2 - 44)(X^2 + 44)$ er reducibel i $\mathbb{F}_{2003}[X]$.