

# Matematik og musik – Fraktaler i musikken

- Thomas Meesenburg og Astrid Pørtner Nielsen

Med udgangspunkt i Per Nørgårds arbejde med såkaldte uendelighedsrækker i sine værker fra slutningen af 60'erne og frem ønskes en undersøgelse af fraktalers brug i musik.

Matematisk set skal eleven sætte sig ind i, hvorledes de komplekse tal kan benyttes til at beskrive fraktaler som Mandelbrot- eller Juliamængder. I musikdelen ønskes en redegørelse for, hvordan uendelige strukturer kan optræde i et musikalsk værk, som del af en satsanalyse.

## Faglige forudsætninger og mål

### Matematik

Fra en matematisk synsvinkel skal projektet være en demonstration af evnen til at sætte sig ind i et ukendt område af matematikken, nemlig de komplekse tal, og evnen til at gøre brug af teorien i dannelse af fraktaler. Der forudsættes derfor ikke kendskab til teorien, som skal ligge til grund for projektet matematisk set. Det er dog helt klart en mulighed, at forudsætte kendskab til komplekse tal, så eleven er bedre rustet til at se på konvergens af disse osv.

Matematisk er det sigtet at opnå forståelse for de komplekse tal, på fremkomsten af fraktaler som værende en delmængde af den komplekse plan og fortrolighed med fraktale begreber som iterative systemer, fikspunkter, præfikspunkter, baner og kaos samt fortrolighed med Julia- og Mandelbrotmængdens konstruktion.

### Musik

Der forudsættes et godt kendskab til musikanalyse; dvs. evnen til at foretage en elementær analyse af et udleveret værk i forhold til form, harmonik, dynamik, metrik, etc.

Der forventes en indsigt i den historiske kontekst (60'ernes fokus på bevidsthedsudvidelse) for motivationen til Nørgårds arbejde med uendelighedsrækker i sin musik.

Det er målet med projektet at opnå forståelse for brugen af fraktalteori som kompositions- ”algoritme”. I arbejdet med uendelighedsrækkens fraktale træk opnås forståelse for essentielle begreber som selv-similaritet (rækken er sig selv i større og mindre målestok både i enkeltstemmen og indenfor større instrumentgrupper – det er her oplagt at komme ind på en klanglig analyse) og kaos (den kendsgerning, at små ændringer i begyndelsesværdien giver store ændringer i rækken).

Den rent tekniske algoritme er beskrevet nærmere på

<http://www.pernoergaard.dk/da/strukturer/uendelig/ukonstruktion01.html>

## Variationsmuligheder

Nørgårds værker fra 1967-1980 er præget af de hierarkiske systemer, og man vil sandsynligvis kunne finde mange værker, der er velegnede til analyse. Bl.a.

*Rejsen ind i den gyldne skærm* (1968)

2. *Symfoni* (1970)

3. *Symfoni* (1976)

*Drømmesange* (1981)

Desuden vil den ambitiøse elev kunne give eksempler på Nørgårds begreber; melodiske, harmoniske og rytmiske uendelighedsrækker, mens den mindre ambitiøse vil kunne fokusere på en enkelt af disse. (Alle begreber er forklaret på Nørgårds hjemmeside.)

Desuden kan nævnes Arvo Pärt, Martin Bresnick, György Ligeti og Conlon Nancarrow, som komponister, der benytter sig af lignende algoritmer i deres kompositioner.

For eleverne der ønsker matematikken op på et lidt højere niveau, kan man inddrage nogle sværere sætninger om komplekse tal fra Jesper Frandsens bog, ligesom det vil være en mulighed at komme ind på differensligninger i forbindelse med løsningsformlerne angivet på side 39 i Lægaards speciale.

Det vil ligeledes være et interessant matematisk spørgsmål, hvorvidt Nørgårds uendelighedsrække gentager sig efter at have gennemløbet et vist (enormt) antal toner (dette er dog nok primært en opgave for den meget ambitiøse elev).

## Litteraturliste

**Lægaard, Kirsten Koch:** *Fraktaler i musik – et undervisningsforløb i gymnasiet*, Speciale fra Københavns Universitet, 2006

**Frandsen, Jesper:** *Komplekse tal og fraktaler, Bog (144 sider), Forlaget Systime, 1. udgave, Herning 1992 – SBN: 77831888*

**Bisgaard, Lars:** *Per Nørgårds 2. Symfoni – en rejsebeskrivelse I og II*. I *Dansk Musiktidsskrift*, 49. årgang, nr 2 og 3, 1974/75. Det unge Tonekunstnerselskab, København, 1974

**Cramon, Carsten:** *Fraktaler – del og helhed*. I *Dansk Musiktidsskrift*, 64. årgang, nr 4, 1989-90. Foreningen DMT, København, 1989-90 [Temaet for dette nummer er fraktaler i musikken]

**Falck Jørgen:** *Rejsen ind i den gyldne skærm. I: Per Nørgård, artikler 1962-1982*. Red. af Ivan Hansen. Udgivet af Ivan Hansen, København, 1982

**Holten, Bo; Hansen Kåre:** *Rejsen ind i den gyldne skærm – en analyse af Per Nørgårds værk i to satser for kammerorkester.* I *Dansk Musiktidsskrift*, 46. årgang, nr 9-10, 1971. Wilhelm Hansen, København 1971

**Jensen, Jørgen I.:** *Nogle indfaldsveje til Canon. I: Per Nørgård, artikler 1962-1982.* Red. af Ivan Hansen. Udgivet af Ivan Hansen, København, 1982

**Jensen, Jørgen I.:** *Per Nørgårds musik, et verdensbillede i forandring.* Forlaget Amadeus, København, 1986

**Thor A. Bak:** *Per Nørgårds uendelighedsrække. I: Mangfoldighedsmusik. Omkring Per Nørgård.* Red. Jørgen I. Jensen, Ivan Hansen og Tage Nielsen. Gyldendal, København 2002

**Kullberg, Erling:** *Den hierarkiske musik – en introduktion til Per Nørgårds kompositionsteknik omkring midten af 70'erne.* I *Dansk Musiktidsskrift*, 52. årgang, nr 3, 1977-78. Det unge Tonekunstnerselskab, København, 1978

**Vinther, Orla:** *Musikhistorien, 10 Dansk musik 2.* Folkeskolens Musiklærerforening, Herning, 2005.

### **Internethenvisninger (Høstdato 26/2-2007):**

<http://www.flo.dk/> Dette link indeholder en overordnet gennemgang af fraktaler og kaosteori, som er let tilgængelig og giver fint overblik.

<http://www.pernoergaard.dk> giver introduktion til fraktalstruktur i musikken. Nørgårds uendelighedsrække beskrives ligesom hans begreb bølgelængde. NB! Siden er rodet bygget op.

<http://www.juliasets.dk/Fraktaler> Her findes en del flotte illustrationer

<http://infoguide.emu.dk/CategoryProcessor.pub?catid=547> Generel oversigt på emu.dk over links til sider der omhandler fraktaler.