Matematik YY
Projektforløb om regulære polygoner

Søren Eilers

30. marts 2003

1 Rettelser til forelæsning

Jeg havde så travlt med at male med den brede pensel ved forelæsningen 260303 at jeg kom til at tale decideret usandt to gange, og glemte at gøre opmærksom på et tredje lille problem undervejs.

Det værste først: I beviset for at den p'te enhedsrod ikke er rod i et polynomium af grad lavere end

$$F(z) = \frac{z^p - 1}{z - 1}$$

viste jeg først at hvis den p'te enhedsrod var rod i $f(z)$ af lavere grad og med rationale koefficienter, så ville $F(z) = f(z)g(z)$. Herefter valgte jeg C og D som minimale hele tal med egenskaben at $Cf(z)$ samt $Dg(z)$ er heltalspolynomier, og argumenterede for at hvis et primtal q gik op i CD så ville q enten gå op i alle koefficienterne i $Cf(z)$ eller i alle koefficienterne i $Dg(z)$.

Herefter prøvede jeg at komme frem til en modstrid ved at påsta at hvis det fx var $Cf(z)$ der havde denne egenskab, så ville C ikke være minimalt, fordi C/q ville have egenskaben at $(C/q)f(z)$ var et heltalspolynomium. Men det virker jo kun hvis q går op i C!!! Pointen er at jeg kan - og vil - antage at f er normeret, altså har 1 som koefficient af højest grad, fordi F er normeret. Og så er C selv en koefficient for $Cf(z)$, og alt er ok.

I beviset for at $[\mathbb{Q}(z) : \mathbb{Q}] = 2^s$ når z ligger i mængden af konstruerbare tal argumenterede jeg for at z lå i F_n hvor F_n var en udvidelse af F_{n-1}, hvor F_{n-1} var en udvidelse af F_{n-2}, osv osv, helt ned til F_1 der var en udvidelse af $F_0 = \mathbb{Q}$. Jeg påstod at alle F_i var lukket under kompleks konjugering. Det er vist ikke rigtigt.

Men fordi der gælder regneregler

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2} \qquad \overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$$
$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$$
$$\overline{z_1/z_2} = \overline{z_1}/\overline{z_2}$$
$$\overline{\sqrt{z_1}} = \pm\sqrt{\overline{z_1}}$$

så kan vi i stedet starte med at vise at alt hvad man kan komme frem til med A1-A6 kan man komme frem til alene med A1-A5. Og så virker det argument jeg fremførte.

Til sidst skal jeg måske lige bemærke at det ikke er helt oplagt, men til gengæld sandt, at $F_n = \mathbb{Q}(z)$. Det kan I betragte som en opgave at redegøre for. I kan også give jer på at vise at hvis $2^s + 1$ er et primtal, så er s selv en potens af to. Dette gøres ved at antage at $s = ux$ hvor u er et ulige primtal, og så vise at $2^x + 1$ går op i $2^s + 1$.